Curva de Kuznets: exemplo numérico de uma regressão quadrática

Considere uma regressão hipotética por mínimos quadrados ordinários (MQO), com observações de 100 países, para explicar o índice de Gini a partir da renda per capita e de seu quadrado. A renda per capita, Y, está expressa em milhares de dólares.

$$\text{Gini estimado} = 30 + 2Y - 0{,}1Y^2$$

1. Interpretação dos coeficientes

Variável	Coeficiente	Significado
Constante	30	Gini previsto quando Y = 0
Renda per capita (Y)	+2,0	Componente linear positivo
Renda per capita² (Y^2)	−0,1	Curvatura negativa

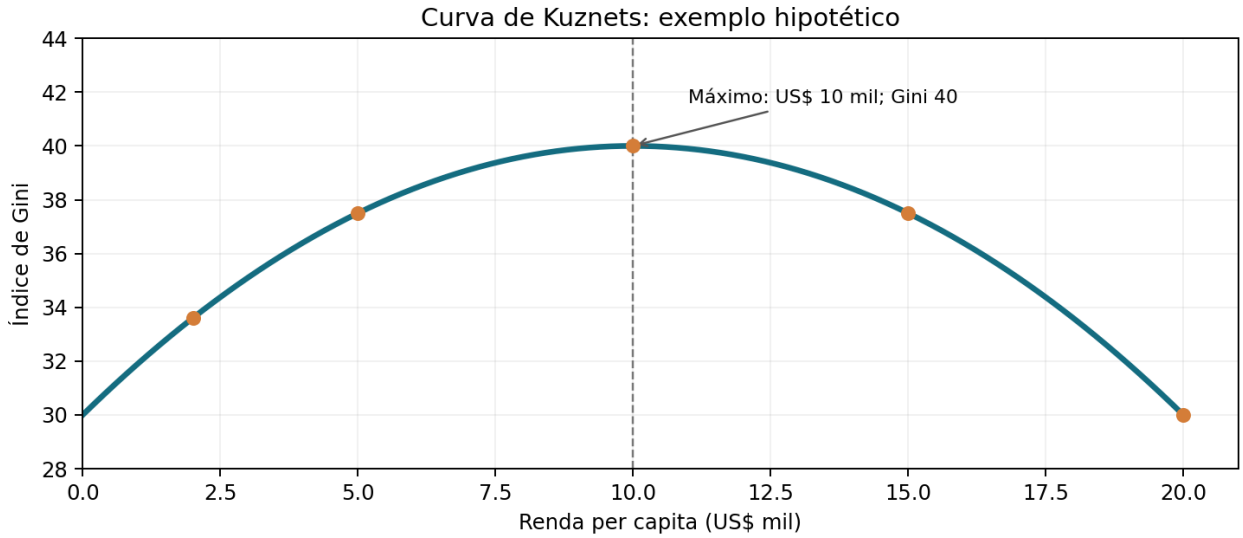
A combinação de coeficiente linear positivo e quadrático negativo produz uma parábola voltada para baixo, compatível com o U invertido da hipótese de Kuznets.

2. Previsões para cinco países hipotéticos

País	Renda per capita	Substituição na equação	Gini estimado
A	US$ 2 mil	30 + 4 − 0,4	33,6
B	US$ 5 mil	30 + 10 − 2,5	37,5
C	US$ 10 mil	30 + 20 − 10	40,0
D	US$ 15 mil	30 + 30 − 22,5	37,5
E	US$ 20 mil	30 + 40 − 40	30,0

O Gini previsto sobe até a renda per capita de US$ 10 mil e depois cai. Os números são inteiramente ilustrativos, não resultados de uma estimação real.

3. Gráfico da curva estimada



4. Efeito marginal da renda e ponto de máximo

O efeito marginal não é igual a +2 em todos os níveis de renda: ele varia porque a equação contém Y². Derivando o Gini previsto em relação à renda per capita:

$$\mathbf{d(Gini\ estimado)/dY = 2 - 0{,}2Y}$$

Renda per capita	Efeito marginal (pontos de Gini por US$ 1 mil)
US$ 2 mil	+1,6
US$ 5 mil	+1,0
US$ 10 mil	0
US$ 15 mil	−1,0
US$ 20 mil	−2,0

O efeito marginal é a inclinação da curva num determinado nível de renda. Ao igualar a derivada a zero, encontramos o máximo:

$$\mathbf{2 - 0{,}2Y = 0 \Rightarrow Y^* = 10\ (US\$\ mil)}$$

5. Como poderia aparecer na saída de um software?

Variável	Coeficiente	Erro padrão	p-valor
Constante	30,00	2,00	< 0,001
Renda per capita	2,00	0,40	< 0,001
Renda per capita²	−0,10	0,02	< 0,001

A tabela de estimativas é fictícia. Em dados reais, seria necessário verificar a significância, a robustez, a localização do máximo dentro do intervalo observado e os problemas de especificação. Uma associação não estabelece causalidade.

Conclusão. O termo quadrático permite que o efeito marginal da renda per capita sobre o Gini mude de sinal conforme o país se desenvolve. É essa propriedade que torna a regressão quadrática um teste simples, embora não definitivo, da hipótese de Kuznets.